

عناصر الإجابة: الموضوع النموذجي 10 رياضيات العام (النوفيام) - مناظرة التاسعة

التمرين 1: أسئلة متعددة الاختيارات (3 ن)

- (1) $2^{2022} \times (4 + 2 + 1) = 4 \times 7 \times 2^{2024} = 2^{2026} + 2^{2025} + 2^{2024}$: يقبل القسمة على 4. قواسمه الأولية 2 و 7 فقط فلا يقبل القسمة على 3 ولا على 9. الجواب (أ).
- (2) المعدّل $11 = 66/6 = (24 + 27 + 15)/6 = (12 \times 2 + 9 \times 3 + 15 \times 1)/(2 + 3 + 1)$. الجواب (ب).
- (3) الأعداد الأولية بين 1 و 6 هي 2 و 3 و 5: الاحتمال $1/2 = 3/6$. الجواب (ج).

التمرين 2: جذور وقوى وقيمة مطلقة (3,5 ن)

- (1) $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ و $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ و $\sqrt{75} = 5\sqrt{3}$ إذن $a = (2 - 3 + 5)\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$.
- (2) $b = 6\sqrt{3}/(\sqrt{3} \times \sqrt{3}) = 6\sqrt{3}/3 = 2\sqrt{3}$.
- (3) $a \times b = 8 \times 3 = 24 = 2^3 \times 3$ و $a/b = 4\sqrt{3}/(2\sqrt{3}) = 2$.
- (4) $(\sqrt{3} - 2)^2 = 3 - 4\sqrt{3} + 4 = 7 - 4\sqrt{3}$ و $\sqrt{3} > 1$ إذن $|\sqrt{3} - 1| = \sqrt{3} - 1$. ومنه $c = 7 - 4\sqrt{3} + \sqrt{3} - 1 = 6 - 3\sqrt{3}$.
- (5) $(3\sqrt{3})^2 = 27$ ف $25 < 27 < 36$ أي $5 < 3\sqrt{3} < 6$ ، ومنه $0 < 6 - 3\sqrt{3} < 1$.

التمرين 3: مسألة مساحة ومحيط بدلالة x (4,5 ن)

- (1) $S = \text{مساحة الحديقة} - \text{مساحة الحوض} = x^2 + 6x + 9 - 4 = x^2 + 6x + 5$.
- (2) فرق مربعين: $S = (x + 3 - 2)(x + 3 + 2) = (x + 1)(x + 5)$.
- (3) أ) $x^2 + 6x - 27 = 0$ يعني $S = 32$ ب) $(x - 3)(x + 9) = x^2 + 9x - 3x - 27 = x^2 + 6x - 27$ و $x > 0$ فالحل الوحيد $x = 3$ ضلع الحديقة 6 m.
- (4) حدود العشب: من الحديقة تنقص الضلعان الملاصقان للحوض $(2 + 2)$ ويُضاف ضلعا الحوض الداخليان $(2 + 2)$ فالمحيط لا يتغير: $P = 4(x + 3) = 4x + 12$.
- (5) $4x + 12 \leq 36$ يعني $x \leq 6$ ، ومع $x > 0$ تكون المجموعة $]0 ; 6]$.

التمرين 4: مركز ثقل وتجزئة قطعة مستقيم (5 ن)

- (1) $AB^2 + AC^2 = 36 + 64 = 100 = BC^2$ ، حسب عكس بيتاغور المثلث ABC قائم في A.
- (2) [AI] موّسط متعلّق بالوتر في المثلث القائم إذن $AI = BC/2 = 5$. G مركز الثقل على الموّسط [AI] و $AG = (2/3) AI = 10/3$.
- (3) [CK] موّسط في المثلث ABC، ومركز الثقل نقطة تقاطع الموّسطات فهو على [CK] و $CG/CK = 2/3$.
- (4) أ) حسب طالس في المثلث CAB (مع $K \in [AB]$ و $G \in [CK]$): $CE/CA = CF/CB = EF/AB$ ب) $EF = 4$ و $CE = 16/3$ إذن $CG/CK = 2/3$ ب) $CF = (2/3) \times 10 = 20/3$ إذن $BF = 10 - 20/3 = 10/3$. الموازي لـ (AB) من مركز الثقل يحدّد F على ثلث [BC] من جهة B، ومنتصف [CF] هو النقطة الثانية: نحصل على ثلاث قطع طولها $10/3$.

- (5) $(AB) \parallel (EF)$ و $(AB) \perp (AC)$ إذن $(AC) \perp (EF)$: المثلث CEF قائم في E ومساحته $(16/3)$ $(CE \times EF)/2 = 32/3 \text{ cm}^2$.

التمرين 5: هرم منتظم ومقطع مواز للقاعدة (4 ن)

- (1) $AC = 6\sqrt{2}$ قطر مربع و (SO) . $OA = AC/2 = 3\sqrt{2}$. فالمثلث SOA قائم في O: $SA^2 = 16 + 18$ إذن $SA = \sqrt{34} = 34$.
- (2) O و I منتصفا [AC] و [BC] في المثلث ABC إذن $OI = AB/2 = 3$. المثلث SOI قائم في O: $SI^2 = 16 + 9 = 25$ ف $SI = 5$. SB = SC (هرم منتظم) فالمثلث SBC متقايس الضلعين و [SI] موسطه فهو ارتفاعه: $(SI) \perp (BC)$. مساحة الوجه $(BC) = (6 \times 5)/2 = 15 \text{ cm}^2$.
- (3) $V = (36 \times 4)/3 = 48 \text{ cm}^3$.
- (4) المقطع تصغير للقاعدة بنسبة $1/2$ طالس في الأوجه: ضلع المربع 3. الهرم الصغير تصغير بنسبة $1/2$ فحجمه $48 \times 1/8 = 6 \text{ cm}^3$ أو $(9 \times 2)/3 = 6$.

عناصر إجابة من إعداد سكولار: تُقبل كلّ طريقة صحيحة أخرى.